

Legami sulla risposta in frequenza

anello aperto \Rightarrow anello chiuso
carta di Nichols

Fondamenti di Automatica

2015-16

A. De Luca, 3 Dicembre 2015

- legame generale tra parametri della risposta in frequenza ad **anello chiuso** e **ad anello aperto**

$$W(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)} \quad \Leftrightarrow \quad y(s) = W(s)y_d(s)$$

$$F(s) = \frac{1}{K_d} G(s) = \frac{1}{K_d} P(s)C(s)$$

- **diagramma di Nichols**: rappresentazione **parametrica** in ω della risposta armonica su assi di **modulo** e **fase**

$$F(j\omega) = A(\omega)e^{j\alpha(\omega)} \quad \Rightarrow \quad W(j\omega) = M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$

$$M(\omega) = \left| \frac{A(\omega)e^{j\alpha(\omega)}}{1 + A(\omega)e^{j\alpha(\omega)}} \right| = M(A, \alpha)$$

$$\phi(\omega) = \left\langle \frac{A(\omega)e^{j\alpha(\omega)}}{1 + A(\omega)e^{j\alpha(\omega)}} \right\rangle = \phi(A, \alpha)$$

$$\forall \omega \geq 0$$

carta di Nichols

- due sistemi di coordinate:
- rettilinee (α, A) per $F(j\omega)$
 - curvilinee (ϕ, M) per $W(j\omega)$

$$M(A, \alpha) = M(A, -\alpha)$$

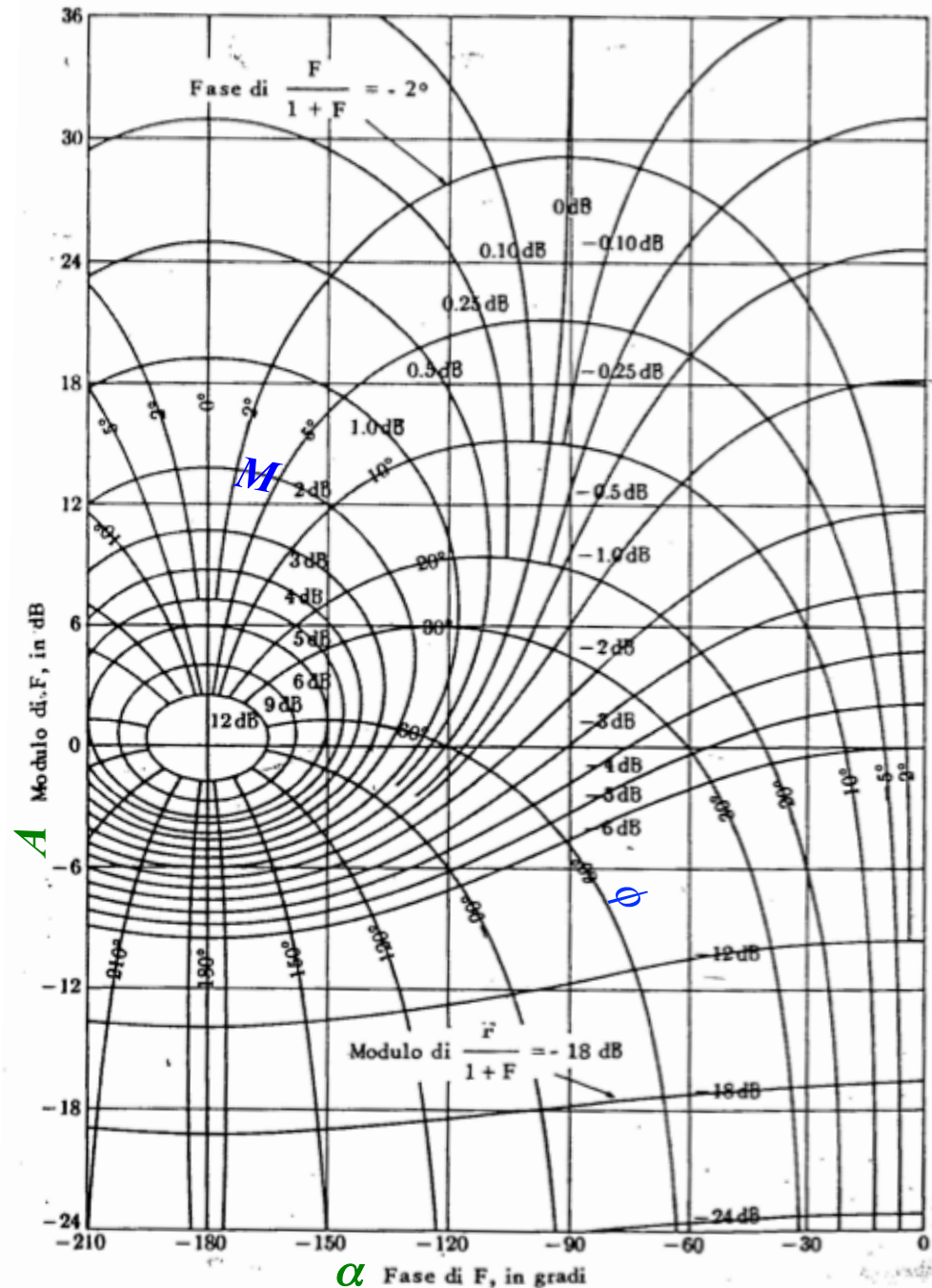
(simmetria)

$$\phi(A, \alpha) = -\phi(A, -\alpha)$$

(antisimmetria)



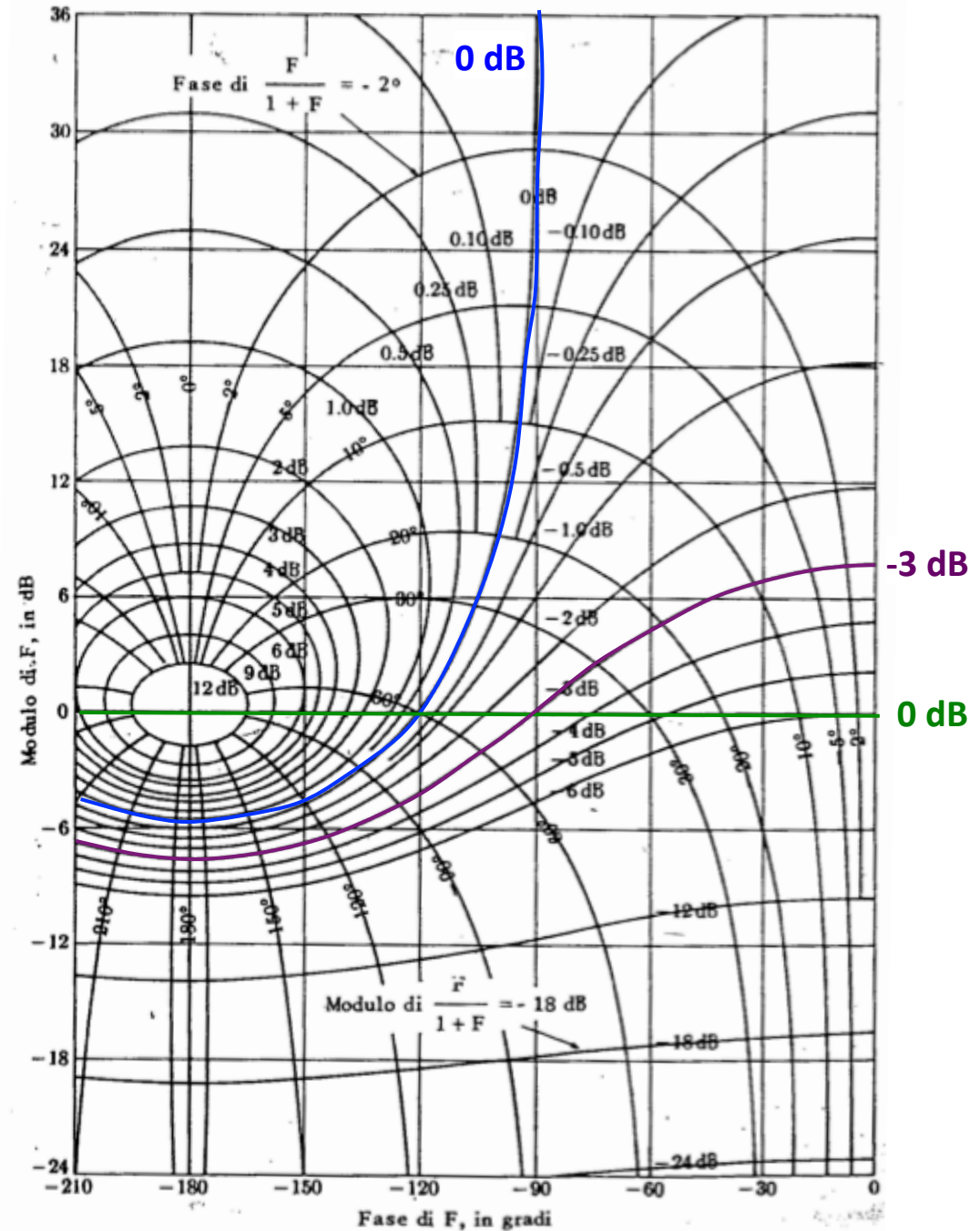
regione di interesse
riportata
 $\alpha \in [-180^\circ, 0^\circ]$



zone notevoli
sulla carta di Nichols

$|F| \gg 1$ (parte alta)
 $\Rightarrow |W| \cong 1 = 0 \text{ dB}$
tutta la zona è a $\approx 0 \text{ dB}$

$|F| \ll 1$ (parte bassa)
 $\Rightarrow |W| \cong |F|$
le coordinate curvilinee
si 'rettificano'



parametri frequenziali sul
diagramma di Nichols di $F(j\omega)$
tracciato sulla carta

$$\omega_t \therefore |F(j\omega_t)| = 0 \text{ dB}$$

$$m_\phi = 180^\circ + \langle F(j\omega_t) \rangle$$

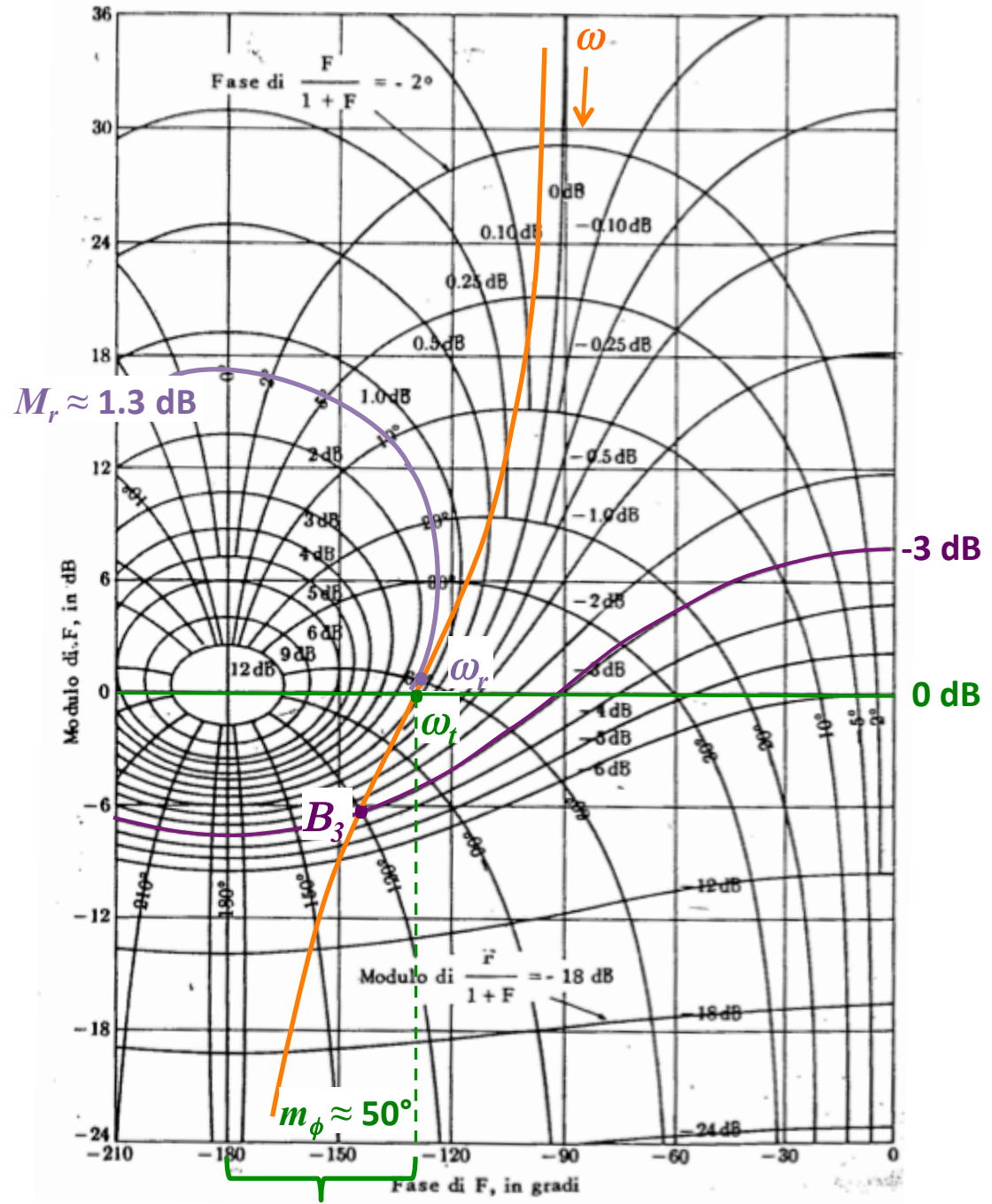
$$\omega_r \therefore |W(j\omega_r)| = \max_{\omega} |W(j\omega)|$$

$$M_r = |W(j\omega_r)|$$

$$B_3 \therefore |W(jB_3)| = -3 \text{ dB}$$

pulsazione di taglio (o attraversamento)
e margine di fase ad anello aperto

pulsazione e modulo alla risonanza
e banda passante ad anello chiuso



legame approssimati (**di progetto**)
 tra parametri in frequenza
 ad **anello chiuso** e **anello aperto**

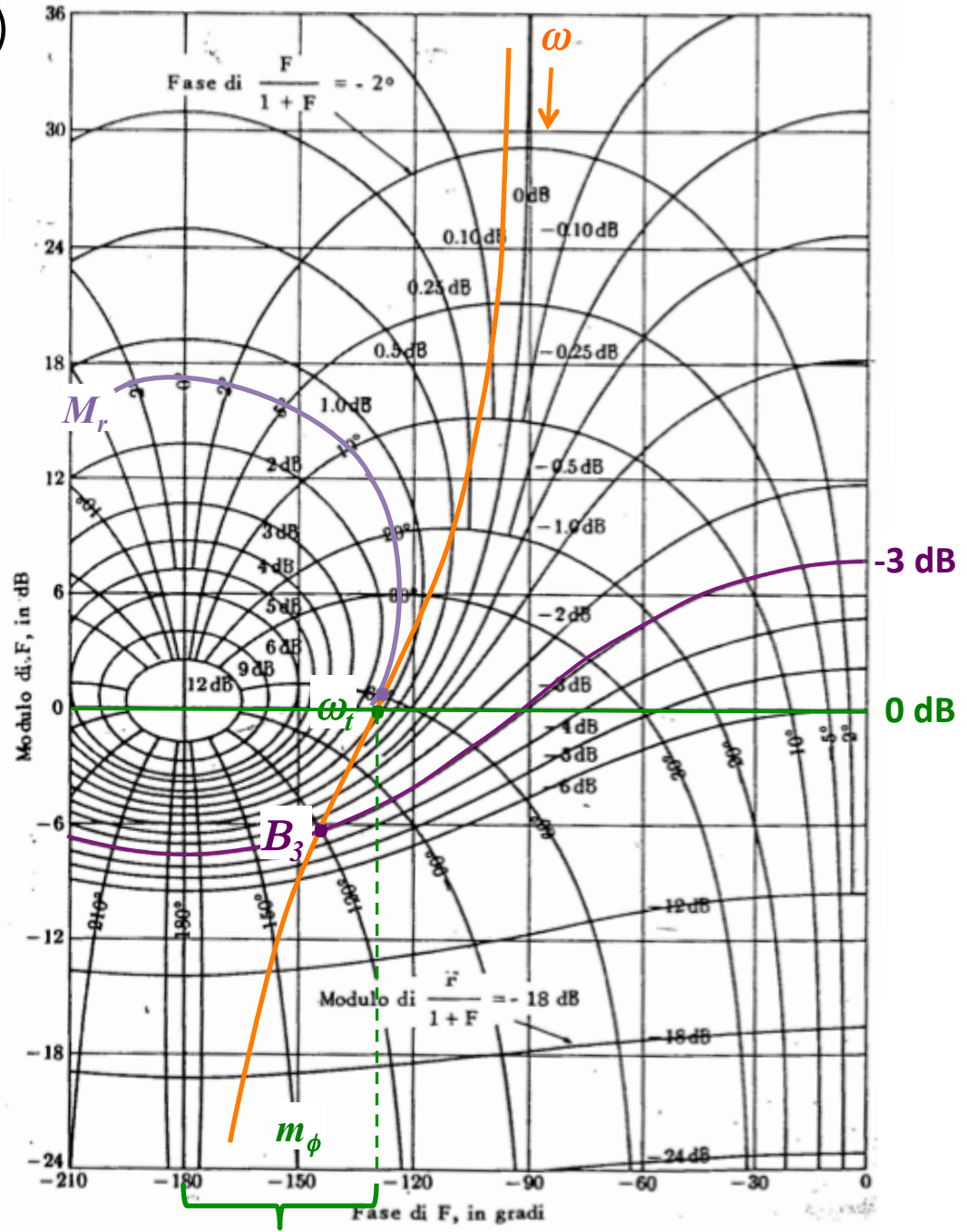
a) $\omega_t \leq B_3 \leq 2\omega_t$

↑ sempre vera per $m_\phi \in [15^\circ, 90^\circ]$
 ↑ nell'ipotesi che intorno a ω_t il modulo scenda -20dB/decade (= -6dB/ottava)

b) $\max M_r \Rightarrow \min m_\phi$ necessario

$m_\phi \geq 60^\circ - 6M_r|_{dB}$

↑ uguaglianza esatta per
 per $m_\phi = 60^\circ$ (con $M_r = 0$ dB)



- esempio di uso delle relazioni di progetto in frequenza **anello chiuso** e **anello aperto**

$$F(s) = \frac{1}{s(1+s)}$$



$$\omega_t = 0.8 \text{ [rad/s]}$$

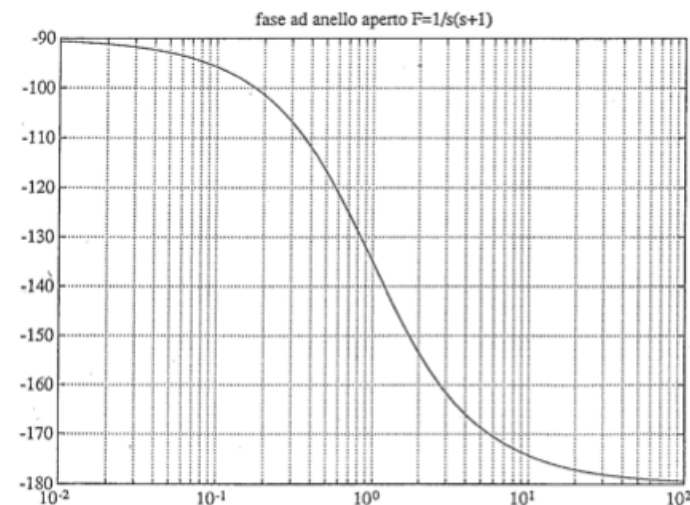
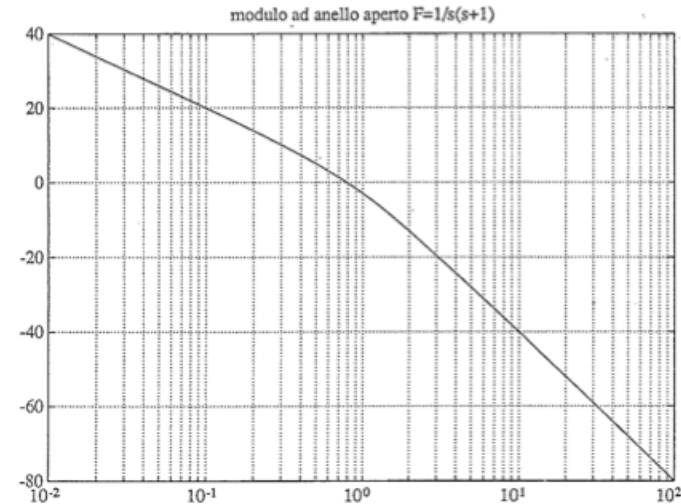
$$m_\varphi = 50^\circ$$



- previsioni

$$B_3 \in (0.8 \div 1.6) \text{ [rad/s]}$$

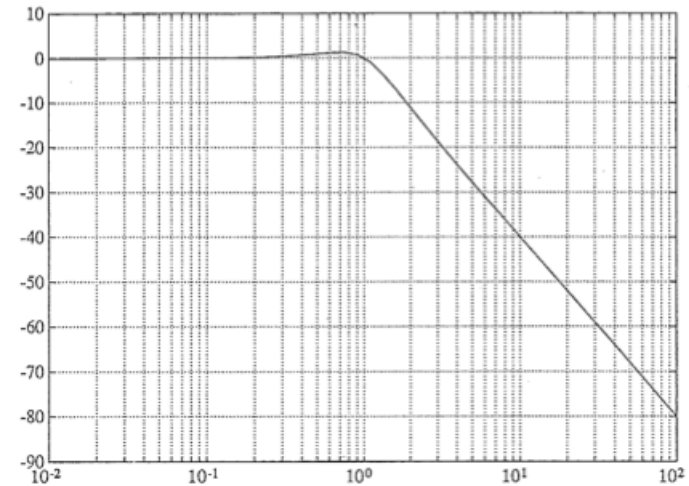
$$M_r \approx 1.7 \text{ dB}$$



- esempio di uso delle relazioni di progetto in frequenza **anello chiuso** e **anello aperto**

$$W(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$= \frac{1}{1 + s + s^2} \quad (\omega_n = 1, \zeta = 0.5)$$



- attuali

$$B_3 = 1.3 \text{ [rad/s]}$$

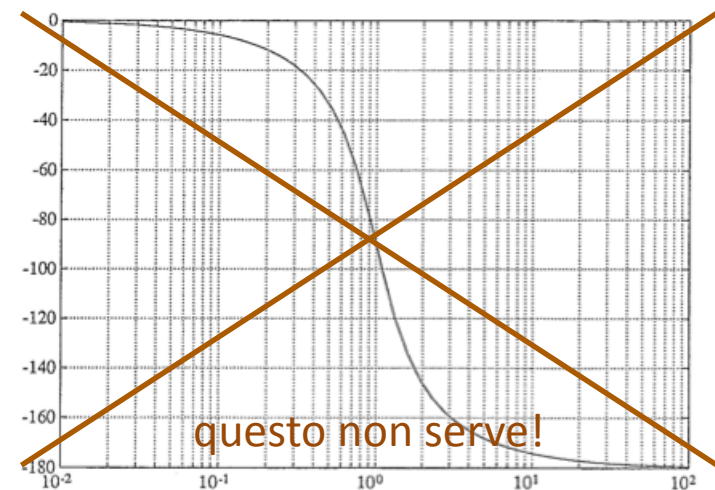
$$M_r \approx 1.25 \text{ dB}$$



- previsioni

$$B_3 \in (0.8 \div 1.6) \text{ [rad/s]}$$

$$M_r \approx 1.7 \text{ dB}$$



- è anche **meglio** di quanto previsto...
- non si vuole però andare **troppo oltre la specifica su M_r** :
occorrerà ➤ margine di fase ad anello aperto,
mantenendo invariata la pulsazione di attraversamento